

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (CdL. EF)
Dott. Giovanni Masala – gennaio 2024



Domanda 1 (punti 3, 6).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = x \cdot \log\left(\frac{x+2}{x+5}\right)$$

Dominio	$E = (-\infty, -5) \cup (-2, +\infty)$
Positività	$P = (-2, 0)$
Intersezioni	$A(0;0)$

Domanda 2 (punti 3, 6).**

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{6x^2 - 3x + 2} - \sqrt{6x^2 + 3x - 1})$ e $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{e^{x^3+8} \cdot x + 2}{x^4 - 4x^2}$

Soluzioni	$-\sqrt{6}/2; 23/16$
-----------	----------------------

Domanda 3 (punti 3, 6).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = x^2 \cdot e^{2x^2-6x+1}$

Derivata prima	$f' = 2e^{2x^2-6x+1} \cdot x \cdot (2x^2 - 3x + 1) \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$m(0;0) \quad M(1/2; e^{-3/2}/4) \quad m(1; e^{-3})$ cresce in $(0, 1/2) \cup (1, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3, 6).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \log(2x^2 + 2x + 5)$

Derivata prima	$f' = \frac{4x+2}{2x^2+2x+5} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = -\frac{8(x^2+x-2)}{(2x^2+2x+5)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-2; \log 9); F_2(1; \log 9)$ convessa in $(-2, 1)$

Domanda 5 (punti 2, 6).**

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{-5x^4 + 3x^3 + 2x + 3}{(x-1) \cdot (x^2 - 4)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-2, 1, 2\}$
As. verticali	$x = -2, x = 1$ e $x = 2$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = -5x - 2$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_1^2 \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2x} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot e^{x/3} dx$$

Integrale definito	primitiva: $-\sqrt{x} - \frac{1}{2} \log 2\sqrt{x}-1 $ $-\sqrt{2}+1 - \frac{1}{2} \log(2\sqrt{2}-1) \approx -0,7159$
Integrale indefinito	$3e^{x/3} \cdot (x^2 - 6x + 18) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x - 2y + z = 3 \\ -2x + k \cdot y + z = 3 \\ k \cdot x + 3y + 2z = 1 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -2$: indeterminato $k = 7$ incompatibile $k \neq -2; 7$: sol. unica
Soluzioni	$k \neq -2; 7$: $x = \frac{5}{k-7}; y = \frac{5}{k-7}; z = \frac{2k+11}{7-k}$ $k = -2$: $x = \frac{7z-11}{10}; y = -\frac{z+2}{5}; z \in \mathbb{R}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = x^2 + x \cdot y + 2x + 4y^2 + y + 3$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x + y = 2$.

Derivate parziali	$f_x = 2x + y + 2 \quad f_y = x + 8y + 1$
Estremi liberi	$m(-1; 0) \quad z = 2 \quad H = 15$
Estremi vincolati	$m(1; 0) \quad \lambda = 2 \quad z = 6$ $H = -30$

Domande teoriche.

- 1) Il teorema di Lagrange con esempio e significato geometrico (punti 2, 4*)
- 2) Il teorema del punto fisso (punti 2, 4*)
- 3) Proprietà dell'integrale definito (punti 2, 4*)

Punteggi solo II parte contrassegnati con * (solo I parte con **).